

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO
FACULTAD DE CONTABILIDAD Y AUDITORÍA
CARRERA DE ECONOMÍA
MATEMATICAS

NOMBRE:

CATTLEYA GUEVARA

CURSO:

SEGUNDO ECONOMÍA

PARALELO:

“A”

TEMA: CONTINUIDAD DE UNA FUNCIÓN

CONTINUIDAD DE UNA FUNCIÓN

¿Qué es la continuidad de una función?

La continuidad de una función en un punto asegura que la función no tiene "interrupciones" en ese lugar. Visualmente, una función continua puede trazarse sin levantar el lápiz.

Definición formal

Una función $f(x)$ es continua en un punto a si se cumplen tres condiciones fundamentales:

La función está definida en a :

Esto significa que $f(a)$ existe.

Ejemplo:

Sea $f(x) = \frac{1}{x-3}$.

- Para $x=3$, $f(3)$ no está definido.
- Por lo tanto, $f(x)$ no es continua en $x=3$.

(ii) Existe el límite cuando $x \rightarrow a$

El límite debe existir. Esto significa que los valores de la función al acercarse a a desde ambos lados se acercan a un mismo valor L .

Ejemplo:

Sea $f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{si } x < 2 \\ 5, & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

- Desde la izquierda ($x \rightarrow 2^-$):
 $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 2+1 = 3$
- Desde la derecha ($x \rightarrow 2^+$):
 $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 5$

Como los límites laterales son diferentes ($3 \neq 5$), $f(x)$ no es continua en $x=2$.

(iii) El valor de la función coincide con el límite:

Para que $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ se debe cumplir que f sea continua en a .
debutante $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

Ejemplo:

Sea $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{si } x \neq 1 \\ 3, & \text{si } x = 1 \end{cases}$
¿Se cumple $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$?

- El límite en $x = 1$ es: $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1^2 = 1$
 $f(1) = 3$
- El valor de la función en $x = 1$ es $f(1) = 3$

Como $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \neq f(1)$, la función no es continua en $x = 1$.

2. ¿Cómo saber si una función es continua en un intervalo?

Para que f sea continua en un intervalo $[a, b]$, debe cumplirse en cada punto del intervalo:

- f debe estar definida en $[a, b]$.
- $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$ para cualquier $c \in [a, b]$.

3. Tipos de discontinuidades (cuando no hay continuidad):

Si una función no cumple alguna de las condiciones anteriores, se dice que tiene una **discontinuidad**.

(i) Discontinuidad evitable:

Ocurre si $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ existe pero $f(a)$ no está definido o $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \neq f(a)$.

- Ejemplo: $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{si } x \neq 1 \\ 2, & \text{si } x = 1 \end{cases}$
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$, pero $f(1) = 2$

El límite en $x = 1$ es $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 1) = 0$, pero $f(1) = 2$.

(ii) Discontinuidad de salto:

Ocurre si $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ no existe.

- Ejemplo: $f(x) = \begin{cases} 2, & \text{si } x < 0 \\ 5, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

Aquí hay un "salto" en $x = 0$ porque $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 2$ y $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 5$.

(iii) Discontinuidad infinita:

Ocurre si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$ o $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$.

- Ejemplo: $f(x) = \frac{1}{x-2}$. En $x = 2$, el límite tiende al infinito, por lo

4. Ejemplos prácticos de funciones continuas

Ejemplo 1: $f(x) = x^2 + 3x - 5$

Esta función es un polinomio, y los polinomios son continuos en todo su dominio ($\mathbb{R}$).

Ejemplo 2: $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$

- La función no es continua en $x = 1$ porque $f(1)$ no es
- En cualquier otro punto, la

Bibliografía

<https://es.khanacademy.org/math/ap-calculus-ab/ab-differentiation-2-new/ab-3-2/a/implicit-differentiation-review>

<https://tutorial.math.lamar.edu/>